Activité – Par dix, par deux, par seize

Exercice 1

Tableau A						
Base 10	14	**8**	20	**38**	61	**148**
Base 2	$\mathbf{\overline{1110}^2}$	$\overline{1000}^2$	$\mathbf{\overline{10100}^2}$	$\overline{100110}^2$	$\mathbf{\overline{111101}^2}$	$\overline{10010100}^2$

Tableau B					
Base 10	16	**109**	**68**	**2 321**	**48 721**
Base 2	$\mathbf{\overline{1000}^2}$	$\overline{110\,1101}^2$	$\mathbf{\overline{10000100}^2}$	$\overline{1001\,0001\,0001}^2$	$\mathbf{\overline{1011111001010001}^2}$
Base 16	$\mathbf{\overline{10}^{16}}$	$\mathbf{\overline{6D}^{16}}$	$\overline{44}^{16}$	$\mathbf{\overline{911}^{16}}$	$\overline{BE51}^{16}$

Exemple de conversion de base binaire à base décimale :

- $\overline{100110}^2 = 1\times2^5 + 0\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 = 32 + 4 + 2 = 38$

Exemple de conversion de base décimale à base binaire :

- $14 = 8 + 4 + 2 = 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 = \overline{1110}^2$
- $61 = \overline{111101}^2$

$$\begin{array}{llllll}
61 & \underline{2} & & & & \\
\mathbf{1} & 30 & \underline{2} & & & \\
 & \mathbf{0} & 15 & \underline{2} & & \\
 & & \mathbf{1} & 7 & \underline{2} & \\
 & & & \mathbf{1} & 3 & \underline{2} \\
 & & & & \mathbf{1} & \mathbf{1}
\end{array}$$

Exemple de conversion de base hexadécimale à base décimale :

- $\overline{44}^{16} = 4\times16^1 + 4\times16^0 = 68$

Exemple de conversion de base décimale à base hexadécimale :

- $109 = \overline{6D}^{16}$

$$\begin{array}{lll}
2321 & \underline{16} & \\
\mathbf{1} & 145 & \underline{16} \\
 & \mathbf{1} & \mathbf{9}
\end{array}$$

Exemple de conversion de base hexadécimale à base binaire :

- $$\begin{aligned}
\overline{BE51}^{16} &= 11\times16^3 + 14\times16^2 + 5\times16^1 + 1\times16^0 = 11\times(2^4)^3 + 14\times(2^4)^2 + 5\times(2^4)^1 + 1\times(2^4)^0 \\
&= 11\times2^{12} + 14\times2^8 + 5\times2^4 + 1\times2^0 \\
&= (8 + 2 + 1)\times2^{12} + (8 + 4 + 2)\times2^8 + (4 + 1)\times2^4 + 1\times2^0 \\
&= (2^3 + 2^1 + 1)\times2^{12} + (2^3 + 2^2 + 2^1)\times2^8 + (2^2 + 1)\times2^4 + 1\times2^0 \\
&= 1\times2^{15} + 1\times2^{13} + 1\times2^{12} + 1\times2^{11} + 1\times2^{10} + 1\times2^9 + 1\times2^6 + 1\times2^4 + 1\times2^0 \\
&= \overline{1011111001010001}^2
\end{aligned}$$

Exemple de conversion de base binaire à base hexadécimale :

- $$\begin{aligned}
\overline{110\,1101}^2 &= 1\times2^6 + 1\times2^5 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^0 \\
&= 2^2\times2^4 + 2\times2^4 + 13 = (4+2)\times2^4 + 13 = 6\times16 + 13 = \overline{6D}^{16}
\end{aligned}$$

Activité – Calcul binaire

Exercice 2

Les numéros de lignes vont de 1 à 65 535. On a $2^{15} \leq 65\,535 \leq 2^{16}$, il faut donc 16 bits = 2 octets pour stocker les numéros de ligne.

Exercice 3

Lorsqu'un nombre binaire est multiplié par 2, il est décalé vers la gauche et on ajoute un 0 à la fin. Donc les nombre possédant deux 0 à la fin sont divisibles par 4 ($=2^2$), et ceux possédant trois 0 à la fin sont divisibles par 8 ($=2^3$).

Exercice 4

a.

$$\begin{array}{rl}
{\scriptstyle 1\,1} & \\
110011 & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 51 \\
\underline{+\quad 1011} & 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 11 \\
111110 & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 = 62 = 51 + 11
\end{array}$$

b.

$$\begin{array}{rl}
{\scriptstyle 1\,11} & \\
101101 & 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 45 \\
+\quad 1001 & 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 9 \\
\underline{+\ 110001} & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 49 \\
1100111 & 1\times2^6 + 1\times2^5 + 0\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 103 = 45 + 9 + 49
\end{array}$$

c.

$$\begin{array}{rl}
111011 & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 59 \\
\underline{-\quad 1001} & 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 9 \\
110010 & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 = 50 = 59 - 9
\end{array}$$

d.

$$\begin{array}{rl}
{\scriptstyle -1\,-1} & \\
1101001 & 1\times2^6 + 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 105 \\
\underline{-\ \ 100110} & 1\times2^5 + 0\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 = 38 \\
1000011 & 1\times2^6 + 0\times2^5 + 0\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 67 = 105 - 38
\end{array}$$

e. Multiplication par une puissance de 2 (2^2) : On décale les bits du premier nombre vers la gauche avec deux 0 : $\overline{11}^2 \times \overline{100}^2 = \overline{1100}^2$

$1\times2^1 + 1\times2^0 = 3$ $1\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0 = 4$ $1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0 = 12 = 3 \times 4$

f.

$$\begin{array}{rl}
1011 & 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 11 \\
\underline{\times\quad 101} & 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = 5 \\
1011 & \\
+\quad \mathbf{0} & \\
\underline{+\ 1011\mathbf{00}} & \\
110111 & 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = 55 = 11 \times 5
\end{array}$$

Activité – Plus ou moins

Exercice 5

a. En complément à 2, le plus grand entier positif qui peut être codé est 2^{31}-1.

b. Ce nombre correspond au nombre de secondes, qu'il faut convertir en années : $\frac{2^{31}-1}{3600 \times 24 \times 365{,}25} = 68{,}05$ ans

c. Le 19 janvier 2038 à 03 :14 :08 UTC, le compteur va ajouter 1 à la valeur 0111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 pour donner 1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 qui représente le nombre **négatif** -2^{31}. Cette valeur sera alors ajoutée (en secondes) à celle du 1^{er} janvier 1970 :

$\frac{-2^{31}}{3600 \times 24 \times 365{,}25} = 68{,}05$ ans = 68 ans et 18 jours

La date affichée sera alors le 13 décembre 1901 !

Exercice 6

Partie entière : $3 = 1\times2^1 + 1\times2^0 = \overline{11}^2$

Partie décimale : $0{,}375 = 0{,}25 + 0{,}125 = 0\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 1\times2^{-3} = \overline{0{,}011}^2$

Donc $3{,}375 = \overline{11{,}011}^2$

Activité – Quel caractère !

Exercice 7

a.

Caractère	Code hexadécimal	Code binaire
a	61	1100001
A	41	1000001
r	72	1110010
R	52	1010010

b. Le codage binaire des lettres minuscules ne diffère que d'un bit (le second en partant de la gauche) par rapport à celui de leur majuscule.

Exercice 8

La répartition des codes décimaux des caractères ASCII est la suivante :

- Caractères non-imprimables : de 0 à $\overline{20}^{16}$ = 32 et $\overline{7F}^{16}$ = 127
- Chiffres : de $\overline{30}^{16}$ = 48 à $\overline{39}^{16}$ = 57
- Lettres majuscules : de $\overline{41}^{16}$ = 65 à $\overline{5A}^{16}$ = 90
- Lettres minuscules : de $\overline{61}^{16}$ = 97 à $\overline{7A}^{16}$ = 122
- Caractères spéciaux : Toutes les autres valeurs inférieures ou égales à $\overline{7E}^{16}$ = 126

Note : Il existe plusieurs façons d'écrire cette fonction. Ceci n'est qu'un exemple.

```
def quelASCII(n):
    alphabet = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"
    Alphabet = alphabet.upper()
    chiffre = "0123456789"
    #Non imprimables
    if (n >= 0 and n <= 32) or n == 127:
        print("Caractère non-imprimable")
    #Chiffre
    elif n >= 48 and n <= 57:
        print("Chiffre: ",chiffre[n-48])
    #Majuscule
    elif n >= 65 and n <= 90:
        print("Majuscule: ",Alphabet[n-65])
    #Minuscule
    elif n >= 97 and n <= 122:
        print("Minuscule: ",alphabet[n-97])
    #Caractère spécial
    elif n <= 126:
        print("Caractère spécial")
    #En dehors du tableau
    else:
        print("Erreur")
```