# Mathématiques
# « DIX PUISSANCE » ET LOGARITHME DÉCIMAL

## Présentation des deux fonctions

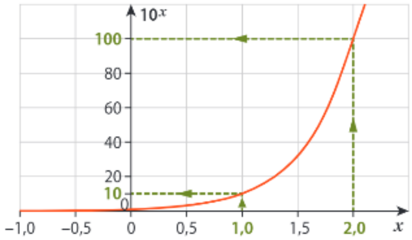
### Définitions

- La fonction « **10 puissance** » est définie sur $\mathbb{R}$ par :

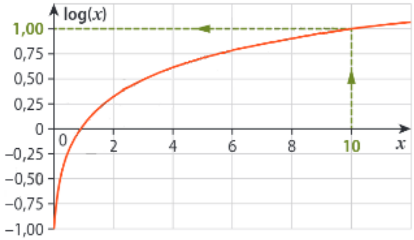
$$x \mapsto 10^x.$$

La fonction **logarithme décimal** est la fonction réciproque de la fonction puissance de 10, définie sur $\mathbb{R}_+^*$.

- Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $\log(10^x) = x$.
- Pour tout $x$ de $\mathbb{R}_+^*$, $10^{\log(x)} = x$.




- $\log(1) = \log(10^0) = 0$
- $\log(10) = \log(10^1) = 1$
- $\log(\sqrt{10}) = \log\left(10^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$
- $\log(0{,}1) = \log(10^{-1}) = -1$




### Propriétés — Relations fonctionnelles

- Soient $x$, $y$ et $a$ trois nombres réels.

$10^{x+y} = 10^x \times 10^y$, $10^{x-y} = \dfrac{10^x}{10^y}$ et $10^{ax} = (10^x)^a$.

- Soient $x \in \mathbb{R}_+^*$, $y \in \mathbb{R}_+^*$ et $a \in \mathbb{R}$. $\log(xy) = \log(x) + \log(y)$.

$\log\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$ et $\log(x^a) = a\log(x)$.

## Manipulation de grandeurs définies par des logarithmes décimaux

Soit $G$ une grandeur strictement positive et $G_0$ une valeur de référence de $G$. Le quotient $\dfrac{G}{G_0}$ est sans dimension et on définit la grandeur définie par un logarithme décimal $H = \log\left(\dfrac{G}{G_0}\right)$.

### Propriétés

- $H = 0$ quand $G = G_0$, $H > 0$ si $G > G_0$, $H < 0$ si $G < G_0$.
- $H$ augmente de 1 unité lorsque $G$ est multipliée par 10, de $n$ unités quand $G$ est multipliée par $10^n$.
- $H$ diminue de 1 unité lorsque $G$ est divisée par 10, de $n$ unités quand $G$ est divisée par $10^n$.

### Propriétés

Soit $G$ une grandeur physique strictement positive, $G_0$ une valeur de référence et $h$ un nombre réel.

- L'**équation** d'inconnue $G$ : $\log\left(\dfrac{G}{G_0}\right) = h$ a pour unique solution $G = G_0 \times 10^h$.
- L'**équation** d'inconnue $h$ : $10^h = \dfrac{G}{G_0}$ a pour unique solution $h = \log\left(\dfrac{G}{G_0}\right)$.

# Mathématiques
# « DIX PUISSANCE » ET LOGARITHME DÉCIMAL

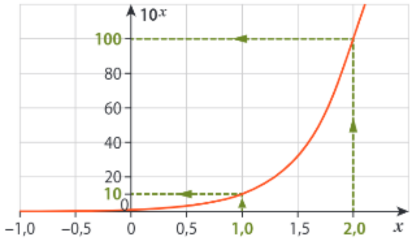
## Présentation des deux fonctions

### Définitions

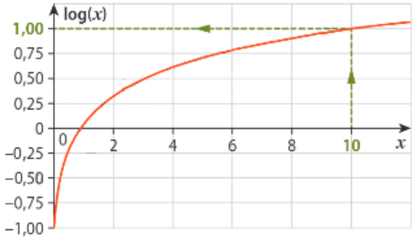
- La fonction « **10 puissance** » est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \mapsto 10^x.$$

La fonction **logarithme décimal** est la fonction réciproque de la fonction puissance de 10, définie sur $\mathbb{R}_+^*$.
- Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $\log(10^x) = x$.
- Pour tout $x$ de $\mathbb{R}_+^*$, $10^{\log(x)} = x$.




- $\log(1) = \log(10^0) = 0$
- $\log(10) = \log(10^1) = 1$
- $\log(\sqrt{10}) = \log\left(10^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$
- $\log(0{,}1) = \log(10^{-1}) = -1$




### Propriétés

**Relations fonctionnelles**

- Soient $x$, $y$ et $a$ trois nombres réels.

$10^{x+y} = 10^x \times 10^y$, $10^{x-y} = \dfrac{10^x}{10^y}$ et $10^{ax} = (10^x)^a$.
- Soient $x \in \mathbb{R}_+^*$, $y \in \mathbb{R}_+^*$ et $a \in \mathbb{R}$. $\log(xy) = \log(x) + \log(y)$.

$\log\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$ et $\log(x^a) = a\log(x)$.

## Manipulation de grandeurs définies par des logarithmes décimaux

Soit $G$ une grandeur strictement positive et $G_0$ une valeur de référence de $G$. Le quotient $\dfrac{G}{G_0}$ est sans dimension et on définit la grandeur définie par un logarithme décimal $H = \log\left(\dfrac{G}{G_0}\right)$.

### Propriétés

- $H = 0$ quand $G = G_0$, $H > 0$ si $G > G_0$, $H < 0$ si $G < G_0$.
- $H$ augmente de 1 unité lorsque $G$ est multipliée par 10, de $n$ unités quand $G$ est multipliée par $10^n$.
- $H$ diminue de 1 unité lorsque $G$ est divisée par 10, de $n$ unités quand $G$ est divisée par $10^n$.

### Propriétés

Soit $G$ une grandeur physique strictement positive, $G_0$ une valeur de référence et $h$ un nombre réel.

- L'**équation** d'inconnue $G$ : $\log\left(\dfrac{G}{G_0}\right) = h$ a pour unique solution $G = G_0 \times 10^h$.
- L'**équation** d'inconnue $h$ : $10^h = \dfrac{G}{G_0}$ a pour unique solution $h = \log\left(\dfrac{G}{G_0}\right)$.