But de l'activité : Etudier les transferts d'énergies en mécanique

Lors d'une compétition de saut à skis, les compétiteurs cherchent à sortir du tremplin avec une vitesse maximale, pour aller le plus loin possible. Nous allons étudier les transferts d'énergie lors des différentes phases du saut.

Rappel : Energies cinétique, potentielle et mécanique

L'énergie cinétique E_c d'un solide de masse m en mouvement avec une vitesse v est donnée par : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

L'énergie potentielle d'un système est liée à sa position, et dépend des forces appliquées au système.
On donne quelques exemples ci-dessous :

- L'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} d'un objet de masse m à une altitude z est donnée par : $E_{pp} = mgz$
- L'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur k déplacé d'une distance x par rapport à sa position d'équilibre est donnée par : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$

L'énergie mécanique d'un système correspond alors à la somme des énergies cinétique et potentielles : $E_m = E_c + E_p$
En l'absence de frottements, l'énergie mécanique est conservée.

Rappel : Travail d'une force

Le travail d'une force constante caractérise en fait l'effet d'une force lors du déplacement de l'objet considéré.
L'expression mathématique du travail d'une force $\vec{F}$ lors du déplacement d'un objet d'un point A à un point B est donnée par le produit scalaire entre les deux vecteurs :

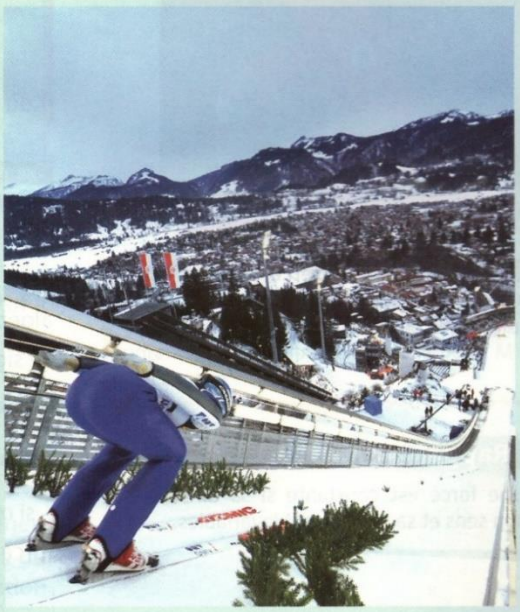
$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(\vec{F};\overrightarrow{AB})$$

où F est la valeur de la force, AB la valeur de la distance entre les points A et B et $(\vec{F};\overrightarrow{AB})$ l'angle orienté entre la force $\vec{F}$ et le déplacement $\overrightarrow{AB}$. Le travail a pour unité le joule (J).

Document 1 : Saut à ski

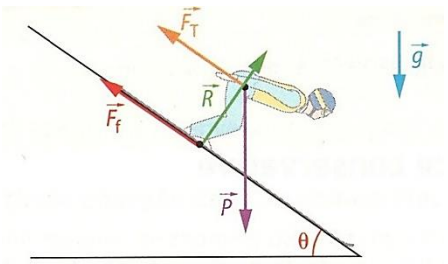
« Un sauteur à skis doit avant tout composer avec la gravité. Celle-ci l'entraîne dès qu'il se lance sur le tremplin rectiligne, incliné de 35° par rapport à l'horizontale. Pendant ce parcours, il a gagné en vitesse car son énergie potentielle de gravité s'est progressivement transformée en énergie cinétique.
Si les frottements étaient absents, sa vitesse de sortie du tremplin serait égale à la racine carrée du double du produit de l'accélération de la pesanteur par la hauteur descendue. Il est donc inutile d'être lourd pour être un bon sauteur : l'un des meilleurs, le quadruple champion du monde polonais Adam Malysz qui a pris sa retraite sportive en 2011, ne pesait que 61 kg et mesurait 1,65 m.
En réalité, les frottements que subit le skieur pendant la phase d'élan diminuent sa vitesse de sortie du tremplin. La friction des skis sur la neige est négligeable, car un bon revêtement de la surface de glisse la réduit à l'extrême, mais la « trainée », c'est-à-dire la résistance de l'air, freine sensiblement le skieur puisqu'elle croît comme le carré de la vitesse et comme la surface du skieur qui pénètre dans l'air. Il a donc intérêt à présenter à l'air le moins de surface possible en se ramassant dans la « position de l'œuf ». La vitesse mesurée en bas d'un tremplin « K120 » dont le dénivelé est de 50 m atteint 90 km·h^{-1}. »

D'après R. Lehoucq, J.-M. Courty, E. Kierlik
Les lois du monde, Pour la Science, 2004.



Tremplin vu depuis l'aire de départ.

* *Dénivelé = différence d'altitude*



(Le mouvement est ici dans une seule dimension, orientée le long de la pente)

Donnée : g = 9,81 m.s^{-2}

A. Phase d'élan

1. Le texte dit « *Si les frottements étaient absents, sa vitesse de sortie du tremplin serait égale à la racine carrée du double du produit de l'accélération de la pesanteur par la hauteur descendue* ». En considérant la variation d'énergie mécanique entre le haut et le bas de la rampe, montrer que cette phrase est correcte.

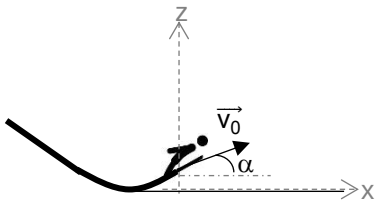
2. Déterminer la valeur de la vitesse d'Adam Malysz en sortie du tremplin « K120 » en l'absence de frottements.

3. Comparer la vitesse calculée à celle donnée dans le texte. Que peut-on en conclure ?

4. Sachant que le travail des forces de frottement correspond à la différence d'énergie mécanique entre le début et la fin du parcours, déterminer la valeur du travail des forces de frottements + trainée lors de la descente.

5. Le travail des forces de frottement est-il indépendant du chemin parcouru par l'objet ? Justifier.

B. Le saut



La rampe de saut se termine en fait par une courte pente vers le haut, de telle sorte à ce qu'Adam s'élance dans son saut avec une vitesse initiale v_0 = 90,0 km.h^{-1} inclinée d'un angle α = 20° par rapport à l'horizontale. La hauteur initiale d'Adam par rapport au sol est de h = 2 m.
La vitesse horizontale d'Adam est constante au cours du temps et vaut $v_{0x} = v_0\cos(\alpha)$.
Dans un premier temps, on négligera la force de trainée de l'air.

A noter : en 2 dimensions, l'énergie cinétique peut être considérée sur chaque dimension donc $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_z^2$

6. Calculer l'énergie mécanique initiale d'Adam (au point d'abscisse A).

7. Décrire l'évolution de la vitesse verticale d'Adam au cours du saut.

8. Quelle sera l'altitude maximale atteinte par Adam ?

9. Déterminer la vitesse v d'Adam lorsqu'il touche le sol (au point d'abscisse B).

En réalité, la force de trainée est non-négligeables et a pour valeur $F_t = 0{,}025v_{0x}^2$. On considère que la direction de la force de trainée est parallèle au déplacement horizontal.

10. Sachant que le déplacement horizontal d'Adam lors de son saut est de AB = 250 m, calculer le travail de la force de trainée.

11. En déduire la vitesse réelle v_{sol} d'Adam lorsqu'il touche le sol.