

But de l'activité : Appliquer la seconde loi de Newton dans le cas d'un mouvement circulaire.

La contribution de Newton à la mécanique céleste est immense : il est l'instigateur des lois générales du mouvement mais aussi de la loi de la gravitation universelle permettant d'interpréter aussi bien la chute des corps que le mouvement de la Lune autour de la Terre. Suivons ses pas.

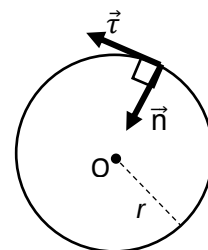
Repère de Frenet

Pour étudier un mouvement circulaire, on utilise le repère de Frenet. Celui-ci est caractérisé par deux vecteurs orthogonaux :

- Le vecteur $\vec{n}$ radial (selon le rayon) et vers l'intérieur de la trajectoire
- Le vecteur $\vec{\tau}$ tangent au cercle dans le sens de la trajectoire

Dans ce cas, l'accélération $\vec{a} = a_n \vec{n} + a_\tau \vec{\tau}$ s'exprime alors par les composantes :

$$\bullet \text{ Sur } \vec{\tau} : a_\tau = \frac{dv}{dt} \quad \bullet \text{ Sur } \vec{n} : a_n = \frac{v(t)^2}{r}$$



Partie I : Terre et Soleil

On considère ici le mouvement, que l'on suppose circulaire de rayon r , de la Terre (de masse m) par rapport au Soleil (de masse M).

1. Faire l'étude mécanique du système {Terre}, en présentant toutes les étapes et en incluant un schéma, et montrer que :

- le mouvement de la Terre autour du Soleil est uniforme

- la vitesse est alors donnée par : $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

La période de révolution d'une planète, notée T , est la durée qu'il lui faut pour accomplir un tour complet sur son orbite.

2. Quelle est la distance parcourue par la Terre en une orbite ? Donner alors l'expression de sa vitesse sous la forme $v = \frac{d}{\Delta t}$.

3. En déduire que la période de révolution est donnée par : $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

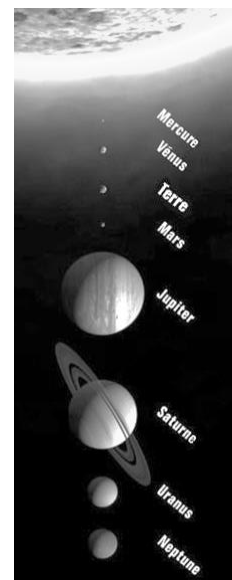
Remarque : Cette relation est appelée 3^{ème} loi de Kepler.

4. Si la Terre était 2 fois plus massique, sa période de révolution serait-elle différente ? Justifier.

5. Que peut-on dire des périodes de révolution de Mercure et de Jupiter par rapport à celle de la Terre ? Justifier.

6. La Terre tourne autour du Soleil à une distance de 150 millions de kilomètres en 365,25 jours. En déduire la masse du Soleil.

$$\text{Données : } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$



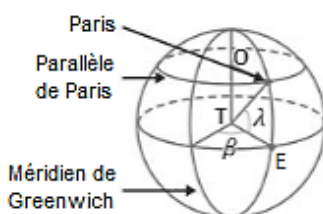
Partie II : Rotation de la Terre et satellite géostationnaire

Le satellite de télécommunication Astra-1C permet de diffuser la télévision par satellite. Son orbite est géostationnaire (il reste toujours au-dessus du même point de la Terre) au-dessus de Paris.

Document 1 : Longitude et latitude

Un point à la surface de la Terre peut être repéré par deux grandeurs :

- La longitude β , angle de positionnement est-ouest d'un point sur Terre par rapport au méridien de Greenwich.
- La latitude λ , angle de positionnement nord-sud d'un point sur Terre par rapport à l'équateur.



Données

Localisation de la ville de Paris :

$$\lambda = 48,85^\circ \text{ N} \quad \beta = 2,35^\circ \text{ E}$$

Caractéristiques de la Terre :

$$R_T = 6370 \text{ km} \quad M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$T_{\text{rot}} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 20 \text{ s}$$

Constante gravitationnelle :

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

On s'intéresse tout d'abord au point sur la Terre correspondant à la ville de Paris.

7. En utilisant un triangle rectangle bien choisi, calculer le rayon r_p du parallèle de Paris. Inclure un schéma pour expliquer le raisonnement.

8. Déterminer la vitesse v_p de rotation de Paris par rapport à l'axe de rotation de la terre. Exprimer le résultat en m.s^{-1} puis en km.h^{-1} .

Nous nous intéressons maintenant au satellite Astra-1C.

9. Le satellite étant géostationnaire, quelle est sa période de révolution T autour de la Terre ?

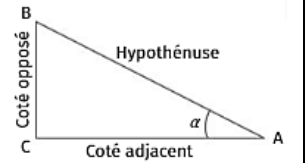
10. En déduire l'altitude h à laquelle se trouve le satellite au-dessus de Paris. On supposera la trajectoire du satellite circulaire uniforme.

Rappels

Dans un triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{BC}{AB}$$



Savoir faire

- ❖ Etudier un mouvement circulaire uniforme à l'aide du repère de Frenet
- ❖ Etablir la relation entre période et rayon dans un mouvement circulaire uniforme