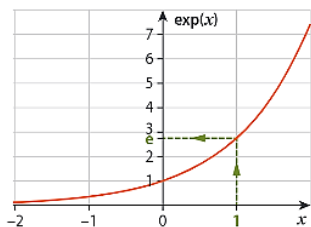


But de l'activité : Etudier le comportement d'un condensateur lors de la charge et la décharge.

Lors de la charge ou la décharge d'un condensateur, ce dernier passe par une phase transitoire avant d'atteindre un régime stationnaire. Nous allons ici modéliser l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

Fonctions exponentielle et logarithme népérien



La fonction exponentielle, notée $\exp(u)$ ou e^u , est une fonction pour laquelle la variation est liée à la valeur de la fonction :

$$\text{Si } u = x, \frac{d e^x}{dx} = e^x$$

$$\text{Si } u = ax, \frac{d e^{ax}}{dx} = a \cdot e^{ax}$$

$$\text{En général, } \frac{d e^{u(x)}}{dx} = \frac{d u(x)}{dx} e^{u(x)}$$

Tout comme pour les puissances, on a les relations :

$$e^0 = 1$$

$$e^u \cdot e^v = e^{u+v}$$

$$\frac{e^u}{e^v} = e^{u-v}$$

$$(e^u)^v = e^{uv}$$

On a aussi :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$e = 2,718$$

La fonction réciproque de l'exponentielle est le logarithme népérien, noté $\ln$, tel que :

$$\ln(e^x) = x$$

Tout comme pour le logarithme décimal (qui est d'ailleurs une fonction du logarithme népérien), on a les relations :

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(x) + \ln(y) = \ln(xy)$$

$$\ln(x) - \ln(y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\ln(x^u) = u \cdot \ln(x)$$

Note: on utilise la touche $\ln$ de la calculatrice pour cette fonction, à ne pas confondre avec la touche $\log$ du logarithme décimal.



Equation différentielle du premier ordre

Une équation comportant une dérivée est appelée équation différentielle du premier ordre.

$$\frac{d X(t)}{dt} = a \cdot X(t) + b$$

On cherche donc une fonction $X(t)$ dont la dérivée est proportionnelle à la valeur de la fonction. La solution générale de l'équation est alors donnée par :

$$X(t) = K e^{at} - \frac{b}{a}$$

où K est une constante.

Lorsque b est nul, l'équation est dite homogène.

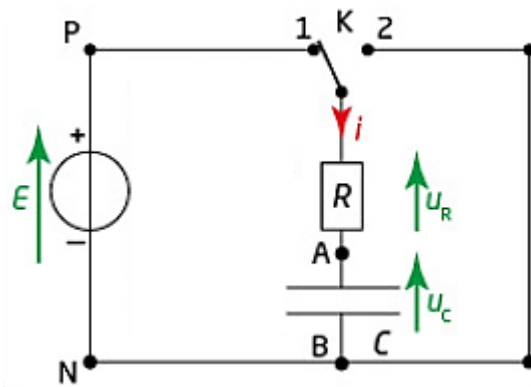
Rappel : Loi des mailles

La somme des tensions des dipôles autour d'une maille est nulle.

En suivant le sens de la maille, les tensions allant dans le même sens sont positives et celles opposées sont négatives.

Partie I : Charge d'un condensateur

On considère le circuit ci-dessous. Le condensateur est initialement déchargé et l'interrupteur en position 1.



1. Déterminer la relation entre E , U_R et U_C pour ce circuit.
2. Rappeler la relation entre l'intensité du courant i et la tension U_R aux bornes de la résistance, ainsi que la relation entre l'intensité du courant i et la tension U_C aux bornes du condensateur.
3. En déduire que la tension $U_C(t)$ lors de la charge est régie par une équation différentielle du premier ordre dont on donnera l'expression.

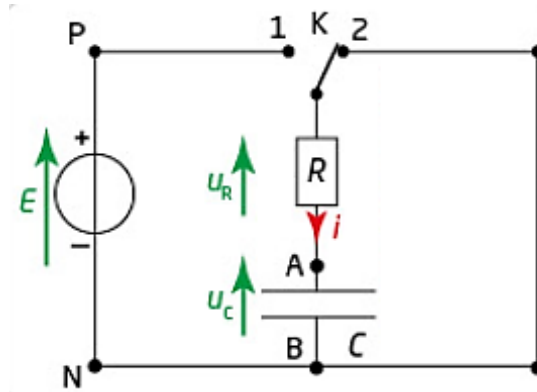
4. Quelle est la valeur initiale de la tension u_C aux bornes du condensateur ?
5. Déterminer l'expression de la tension u_C en fonction du temps, $u_C(t)$, constantes incluses.
6. Quelle est alors la valeur finale de la tension u_C aux bornes du condensateur (pour $t \rightarrow +\infty$) ?

Dans le cadre d'une fonction exponentielle de la forme $f(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B$, on définit τ comme le temps caractéristique.

7. Déterminer l'expression du temps caractéristique de charge du condensateur dans un circuit RC.
8. Lorsque $t = \tau$, quel est la valeur de la tension $u_C(\tau)$ en fonction de E ?
9. On peut considérer que le régime transitoire se termine lorsque la tension aux bornes du condensateur est à 99% du maximum. Confirmer alors qu'à environ $t = 5 \tau$, le condensateur passe en régime stationnaire.

Partie IU : Décharge d'un condensateur

L'interrupteur est maintenant mis en position 2.



10. Déterminer l'équation différentielle du premier ordre régissant la tension $u_C(t)$ lors de la décharge.
11. Quelle est la valeur initiale de la tension u_C aux bornes du condensateur ?
12. Déterminer l'expression de la tension u_C en fonction du temps, $u_C(t)$, constantes incluses.
13. Quelle est alors la valeur finale de la tension u_C aux bornes du condensateur (pour $t \rightarrow +\infty$) ?
14. Déterminer l'expression du temps caractéristique de décharge du condensateur dans un circuit RC. Commenter.
15. Lorsque $t = \tau$, quel est la valeur de la tension $u_C(\tau)$ en fonction de E ?